

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală - 7 februarie 2025

Clasa a VII-a - Enunțuri

1. Considerăm mulțimea $\mathcal{M} = \{\sqrt{n} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 2024, n \text{ par}\}$.

a) Determinați numărul de elemente ale mulțimii \mathcal{M} .

b) Determinați numărul de elemente ale mulțimii $\mathcal{M} \cap \mathbb{Q}$.

Gazeta Matematică 2024, supliment

2. Fie $ABCD$ un trapez cu baza mare AB , $AB = 3CD$, $AD = CD$ și $\angle A = 60^\circ$. Pe latura AB se consideră un punct P astfel încât $AP = 2BP$. Demonstrați că:

a) $PBCD$ este paralelogram;

b) $AD \perp BC$.

3. Notăm cu \mathcal{A} mulțimea tuturor numerelor naturale care dau restul 1 la împărțirea cu 4.

Dați exemplu de 5 elemente diferite $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in \mathcal{A}$ pentru care

a) $\sqrt{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5} \in \mathbb{Q}$.

b) Demonstrați că $\sqrt{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, oricare ar fi $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 \in \mathcal{A}$.

4. În exteriorul triunghiului ascuțitunghic ABC se construiesc pătratele $ABDE$ și $ACGH$. Fie $CE \cap BH = \{S\}$

a) Demonstrați că $CE \equiv BH$.

b) Determinați măsura unghiului BSC .

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;

Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
